

# Impatto ambientale

Caterina Bullio - Silvana Stefani<sup>1</sup>

## Sommario

1. L'obiettivo del lavoro .....	2
2. I dati del problema .....	2
3. Il modello matematico .....	3
4. I risultati .....	4
5. Il nuovo piano di acquisti.....	4
6. L'impatto dovuto al trasporto .....	5
7. Conclusioni .....	7
Bibliografia .....	7
Appendice: Il modello matematico in dettaglio.....	8

---

<sup>1</sup> Dipartimento Metodi Quantitativi per le Scienze Economiche e Aziendali - Università degli Studi di Milano-Bicocca. Email: [silvana.stefani@unimib.it](mailto:silvana.stefani@unimib.it)

## 1. L'obiettivo del lavoro

Questo lavoro tratta della risoluzione di un problema di tipo ambientale. In particolare consiste nel calcolare il **minimo impatto ambientale**, ossia la minima quantità di emissioni di CO<sub>2</sub>, che alcuni prodotti ortofrutticoli di consumo quotidiano, a causa di determinati processi eseguiti durante il loro ciclo di vita, producono.

La tecnica matematica usata è la programmazione lineare, metodologia che permette di risolvere problemi di allocazione o distribuzione di risorse limitate, in modo che ne risulti il massimo beneficio.

Il modello è costituito da una funzione obiettivo da rendere minima, ossia la quantità di emissioni di CO<sub>2</sub> del pacchetto di acquisto ortofrutta della mensa di Meldola, e da un insieme di vincoli, espressi da disequazioni indipendenti tra loro e di tipo lineare, dati dalla quantità dei prodotti che la mensa intende acquistare e il vincolo di bilancio.

I dati utilizzati si riferiscono alla Mensa di Meldola (FC). Oggi la Mensa prepara più di mille pasti al giorno prestando servizio per il nido, le scuole elementari e medie oltre che alle Case di Cura per gli anziani, all'Istituto Tumori e ai Carabinieri. Essa quindi acquista elevate quantità di frutta e verdura ogni anno. Si è posta allora il problema, seguendo la Legge Regionale approvata in Emilia Romagna nel 2002, di **minimizzare l'impatto ambientale**, determinato dai prodotti vegetali utilizzati, decidendo, oltre che scegliere prevalentemente prodotti biologici, di ridurre l'impatto ambientale dovuto al trasporto di questi prodotti, comprando direttamente dal produttore agricolo, situato a 5 km di distanza.

A causa delle ridotte informazioni a disposizione, esamineremo solo alcuni dei prodotti consumati quotidianamente dalla Mensa: mele, patate e carote utilizzando i dati in [1].

## 2. I Dati del Problema

I dati utilizzati sono i seguenti:

- Ogni sei mesi all'incirca la Mensa compra **4555 kg di mele**, **2700 kg di patate** e **2350 Kg di carote**.
- Abbiamo stabilito di usare i prezzi presi dal sito della Borsa Ortofrutticola Tradizionale al dicembre 2008:

**mele = 1,15 €/kg; patate = 0,42 €/kg; carote = 0,40 €/kg**

- Sappiamo da [1] che:
  - a) per le **mele** l'impatto ambientale sulla produzione è dovuto principalmente ai fertilizzanti agricoli e al clima, che fanno variare il valore da 0,40 a **0,100 kgCo<sub>2</sub>** per ogni kg di mele;

- b) per le **patate** l'impatto ambientale sul ciclo di vita comprende oltre alla coltivazione anche l'impacchettamento, l'eventuale taglio, il trasporto ed è pari a **0,304kgCo2/kg**;
- c) per le **carote**, consideriamo in particolare l'impatto determinato dalle carote fresche a mazzi; l'impatto ambientale comprende la coltivazione, l'impacchettamento, il taglio e gli scarti ed è pari a **0,666 kgCo2/kg**.

Notiamo che la mensa, con l'acquisto di questa composizione di mele, patate, carote, produce **2841,2 KgCO<sub>2</sub>** (dato ottenuto da  $4555*0,100+2700*0,304+2350*0,666=2841,2$ ), ossia quasi tre tonnellate di CO<sub>2</sub>. Si noti poi che non è nemmeno incluso il trasporto dal fornitore alla mensa. Questa produzione "negativa" si può ridurre, anzi rendere minima, modificando la composizione del pacchetto di acquisto di mele, patate e carote. Questo risultato si può ottenere mediante la tecnica della Programmazione Lineare (PL).

Con i dati a disposizione, si può impostare la quantità totale di emissioni di CO<sub>2</sub> dovute all'approvvigionamento. Chiamando  $x_1, x_2, x_3$  rispettivamente le quantità (in Kg.) di mele, patate e carote che la mensa acquisterà, la quantità totale di emissioni (in KgCO<sub>2</sub>) da rendere minima (la funzione obiettivo) è

$$Z = 0,100x_1 + 0,304x_2 + 0,666x_3$$

Vi saranno dei vincoli, dei quali uno è dato dalla quantità totale di frutta e verdura (vogliamo acquistare almeno 9605 Kg di merce), l'altro è un vincolo di bilancio, ossia l'importo in € destinato all'acquisto (€ 8659). In sostanza l'obiettivo del lavoro è minimizzare le emissioni totali di CO<sub>2</sub>, a seconda di quanto si vuole comprare e di quanto si vuole spendere.

Il risultato che si otterrà è una combinazione ottima di mele, patate e carote. Il modello potrebbe indicare di non acquistare all'ottimo alcuni dei prodotti (e in questo caso dovremmo porre ulteriori vincoli), ma anche questa è un'indicazione utile per affrontare il problema.

### 3. Il modello matematico.

La funzione obiettivo da minimizzare è quindi l'**impatto ambientale**, che si può esprimere in questo modo

$$\text{Min } Z = 0,100 x_1 + 0,304 x_2 + 0,666 x_3$$

soggetto a (s.a)

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \geq 9605 \\ 1,15x_1 + 0,42x_2 + 0,40x_3 \leq 8659(\text{€}) \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Dove il primo è un **vincolo sulle quantità**, che in totale non devono essere inferiori a 9605 kg; il secondo è il **vincolo di Bilancio**, ricavato dai dati della Mensa, in base al quale l'importo non deve superare 8659€.

#### 4. I risultati

Il modello, risolto mediante EXCEL, indica come composizione ottima da acquistare, nel rispetto dell'impatto ambientale,

**Kg. 6335,48 di mele, Kg. 3269,52 di patate, Kg. 0 di carote.**

La produzione minima di CO2 è di **1627,48 KgCO2**.

Si noti che con questa composizione di acquisto si risparmiano ben 1213,72 KgCO2, cioè circa una tonnellata e 200 Kg.CO2 rispetto all'acquisto effettivo della mensa.

Il modello consiglia di non acquistare carote, in quanto ad alto impatto ambientale e relativamente costose. Siccome però non possiamo evitare di acquistare carote, imporre al modello un vincolo ulteriore, "forzando" la tecnica ad inserire anche le carote nella composizione di acquisto. Useremo come dato per le carote il quantitativo che mensa ha acquistato, cioè 2350 Kg.

#### 5. Il nuovo piano di acquisti

Il nuovo modello quindi diventa

$$\text{Min } Z = 0,100 x_1 + 0,304 x_2 + 0,666 x_3$$

soggetto a (s.a)

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 + x_3 \geq 9605 \\ 1,15x_1 + 0,42x_2 + 0,40x_3 \leq 8659 \\ x_3 \geq 2350 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array} \right.$$

Il modello, risolto mediante EXCEL, indica come composizione ottima da acquistare, nel rispetto dell'impatto ambientale,

**Kg. 6399,86 di mele, Kg. 855,14 di patate, Kg.2350 di carote.**

La produzione di CO2 minima in questo caso diventa **Z= 2465,05 KgCO2**

Questa è una funzione "peggiore" rispetto alla precedente, che era **1627,48 KgCO2**, ma con la variabile carote utilizzata.

Si noti che questo risultato è migliore di quello dell'effettivo acquisto della mensa (2841,2 KgCO2). Si risparmia infatti quasi mezza tonnellata di CO2!

## 6. L'impatto dovuto al trasporto

La Mensa di Meldola si è posta anche il problema di calcolare l'impatto ambientale dovuto al trasporto dei prodotti acquistati.

Abbiamo calcolato le emissioni Co2 emesse da un Iveco Euro Cargo (con un motore Euro 3), che per rifornire la Mensa percorre un certo numero di km all'anno. Vediamo due possibili casi:

1. Se la Mensa si rifornisce da agricoltori locali che si trovano a 5 km di distanza (km0) sono emessi nell'aria, dopo sei mesi di trasporto con quattro forniture alla settimana,

**154,8 KgCO2**

Prodotto	Prezzo (€)	Costo ambientale / Kg merce trasportata (€)	Costo ambientale / Kg merce trasportata in una sola fornitura (€)	Costo ambientale / Kg merce trasportata in ogni fornitura (€)	Numero di piante per abbattere 1 Kg di CO2 emessa	Prodotto
mele	154,800	€2,78640	€0,117570	€0,001225	€0,918201	3
arance	154,800	€2,78640	€0,191768	€0,001998	€1,003821	3
banane	154,800	€2,78640	€0,148608	€0,001548	€1,060926	3
fragola	154,800	€2,78640	€0,445824	€0,004644	€1,682777	3
carote	154,800	€2,78640	€0,227833	€0,002373	€0,343406	3
finocchio	154,800	€2,78640	€0,097291	€0,001013	€0,739887	3
radicchio	154,800	€2,78640	€0,487133	€0,005074	€0,649713	3
insalata romana	154,800	€2,78640	€0,133129	€0,001387	€0,764580	3
pomodori	154,800	€2,78640	€0,714462	€0,007442	€0,492912	3
cecioli	154,800	€2,78640	€2,149385	€0,022327	€0,928737	3
erbette	154,800	€2,78640	€0,162189	€0,001689	€0,716494	3
patate	154,800	€2,78640	€0,198179	€0,002064	€0,211249	3
pere	154,800	€2,78640	€0,127817	€0,001331	€2,472402	3
kiwi	154,800	€2,78640	€0,214938	€0,002233	€1,237874	3

Lecci, aceri, querce, pioppi maschi hanno la maggiore capacità di assorbimento di anidride carbonica. I cinquantomila alberi che verranno piantati a Roma dovrebbero consentire di abbattere ventinovenomila tonnellate di anidride carbonica. 29000 t (CO2): 500000 piante = 58 Kg CO2/pianta.

attuale=Bio+FC  
 $P(\text{Bio}+\text{FC}) = P(\text{Bio}) + P(\text{FC})$   
 $P(\text{FC}) = P(\text{trad}) - P(\text{gas}) - P(\text{CO2})$   
 $P(\text{Bio}) = P(\text{Bio}+\text{FC}) - P(\text{FC}) = P(\text{Bio}+\text{FC}) - P(\text{trad}) + P(\text{gas}) + P(\text{CO2})$

2. Se la Mensa si rifornisce al mercato di Bologna, che si trova a 83,2 km di distanza sono emessi nell'aria, dopo sei mesi di trasporto con quattro forniture alla settimana,

**2575,872 KgCO<sub>2</sub>**

Dispersione CO2 g/Km nel percorso motore a norma euro 2	produzione CO2 in kg	costo ambientale /kg di CO2 per il trasporto di tutte le forniture	costo ambientale /kg merce trasportata in ogni fornitura	costo ambientale /kg merce trasportata in ogni fornitura P(Bio)	numero di querce da piantare per abbattere 1 kg di CO2 emesso	
1,236	12,00	€1,956358	€0,003079	€1,472061	44	mele
1,236	12,00	€3,191031	€0,032400	€2,258631	44	arance
1,236	12,00	€2,472837	€0,023759	€2,013065	44	banane
1,236	12,00	€7,418511	€0,077276	€6,541235	44	fragole
1,236	12,00	€3,791144	€0,039491	€3,204353	44	carote
1,236	12,00	€1,618914	€0,016864	€1,262050	44	finocchio
1,236	12,00	€8,105891	€0,084436	€6,773224	44	radichio
1,236	12,00	€2,215275	€0,023076	€1,698210	44	insalata romana
1,236	12,00	€11,888640	€0,123840	€10,574800	44	pomodori
1,236	12,00	€35,665920	€0,371520	€34,672160	44	cetrioli
1,236	12,00	€2,698818	€0,028113	€1,756452	44	erbette
1,236	12,00	€3,297702	€0,034951	€2,431980	44	patate
1,236	12,00	€2,126867	€0,022155	€1,391965	44	pere
1,236	12,00	€3,566592	€0,037152	€2,812218	44	kiwi

attuale=Bio+FC  
 P(Bio+FC) = P(Bio) + P(FC)  
 P(FC) = P(trad) - P(gas) - P(CO2)  
 P(Bio) = P(Bio+FC) - P(FC) = P(Bio+FC) - P(trad) + P(gas) + P(CO2)

In conclusione, possiamo affermare che l'emissione totale di CO<sub>2</sub>, minimizzando l'impatto ambientale dei prodotti ortofrutticoli e aggiungendo il trasporto fino alla mensa, sarà pari a

**Z = 2465,05 + 154,8 = 2619,85 kgCo<sub>2</sub>** nel caso in cui la Mensa si rifornisca da produttori locali

oppure sarà pari a

**Z = 2465,05 + 2575,872 = 5041,32 kgCo<sub>2</sub>** nel caso in cui la Mensa si rifornisca da Bologna.

## **7. Conclusioni**

E' evidente la convenienza, dal punto di vista ambientale, di adottare delle politiche correttive nelle scelte alimentari. L'analisi, effettuata soltanto su tre tipi di prodotti, può essere estesa a tutti i prodotti utilizzati dalla mensa. Se la proposta di acquisto rispettosa dell'impatto ambientale non si confà immediatamente alle decisioni di dieta e di confezione pasti (infatti le patate si riducono ad un terzo circa, e aumentano di molto le mele), basterà cambiare la dieta in modo adeguato. Non ci saranno particolari danni, ma senz'altro si contribuirà alla riduzione della CO2. Si noti poi che abbiamo "forzato" l'acquisto di carote, tra i tre prodotti quelle a più alto impatto ambientale. Una riduzione dell'uso di carote ridurrebbe ulteriormente la produzione di CO2.

Impressionante poi l'effetto del trasporto: da Bologna la produzione di CO2 diventa quasi il doppio che nel caso del rifornimento locale. Da 5 tonnellate si passa a 2,6 tonnellate.

Un esempio che andrebbe seguito da tante altre amministrazioni locali.

### **Bibliografia**

[1] "Environmental Impacts of Food Production and Consumption" Manchester Business School Dicembre 2006

[2] Progetto Mensa di Meldola una proposta integrata per la sostenibilità economico ambientale. Dati Frutta e Verdura anno scolastico 2007/2008 quantitativo per menù invernale.

## Allegato 1

### Il modello matematico in dettaglio

Il problema di programmazione lineare in questo caso consiste nel determinare il minimo di una funzione obiettivo lineare, i cui argomenti sono soggetti a vincoli lineari (diseguazioni lineari) e di non negatività.

I parametri del problema sono:

$\mathbf{c} = [0,100 \ 0,304 \ 0,666]$  il vettore dei coefficienti della funzione obiettivo

$\mathbf{b} = [9605, 8650]$  il vettore dei termini noti dei vincoli

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1,15 & -0,42 & -0,40 \end{bmatrix}$  la matrice dei coefficienti dei vincoli

La risoluzione del problema di PL consiste nel trovare almeno un vettore

$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]$  (vettore delle variabili decisionali), che **minimizzi** la funzione lineare  $\mathbf{Z}$ , tra tutti i vettori che soddisfano i vincoli.

Esprimiamo il problema in forma standard

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } Z = 0,100 x_1 + 0,304 x_2 + 0,666 x_3 \\ \text{s.a.} \\ x_1 + x_2 + x_3 - s_1 = 9605(\text{kg}) \\ 1,15x_1 + 0,42x_2 + 0,40x_3 + s_2 = 8659(\text{€}) \\ x_1, x_2, x_3, s_1, s_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

pertanto la matrice  $\mathbf{A}$  risulta

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ -1,15 & -0,42 & -0,40 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{dove} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1,15 & -0,42 \end{bmatrix}, \quad \det(\mathbf{B}) = 0,73,$$

$$\mathbf{c}_D = [0,666 \ 0 \ 0], \quad \mathbf{c}_B = [0,100 \ 0,304], \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -0,40 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Per calcolare i costi marginali ridotti, dai quali ricavare indicazioni sull'ottimalità del punto in esame, occorre calcolare la matrice  $\mathbf{G} = \mathbf{B}^{-1} * \mathbf{D}$  :

- calcoliamo  $\mathbf{B}^{-1}$  e otteniamo  $\mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-0,42}{0,73} & \frac{-1}{0,73} \\ \frac{1,15}{0,73} & \frac{1}{0,73} \end{bmatrix}$

- calcoliamo  $\mathbf{G} = \mathbf{B}^{-1} * \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{-0,02}{0,73} & \frac{0,42}{0,73} & \frac{1}{0,73} \\ \frac{0,75}{0,73} & \frac{-1,15}{0,73} & \frac{-1}{0,73} \end{bmatrix}$

- da cui ricaviamo  $\Delta x_1 = \frac{-1}{0,73} (-0,02x_3 + 0,42s_1 - 1,15s_2)$

e

$$\Delta x_2 = \frac{-1}{0,73} (0,75x_3 + 1s_1 - 1s_2).$$

Quindi per produrre una unità di  $x_3$  (carote), mantenendo inalterati i valori delle altre variabili fuori base ( $s_1 = s_2 = 0$ ), devo aumentare la produzione ottimale di  $x_1$  (mele) di  $\frac{0,02}{0,73} = \mathbf{0,0274 \text{ kg}}$ , e diminuire quella di  $x_2$  (patate) di  $\frac{-0,75}{0,73} = \mathbf{-1,0274 \text{ kg}}$  e questi valori vengono detti **tassi marginali di sostituzione**. Infatti se decidiamo di modificare il piano di produzione introducendo un vincolo che costringe l'utilizzo delle carote, ad esempio di

$x_3 \geq 2350$ , la produzione di  $x_1$  aumenterà di  $0,0274 * 2350 = \mathbf{64,39 \text{ kg}}$ , mentre la produzione di  $x_2$  diminuirà di  $(-1,0274) * 2350 = \mathbf{-2414,39 \text{ kg}}$ .

Dato allora il vettore  $x$  della risoluzione ottimale

$x = [6335,48 \quad 3269,52 \quad 0]$  otterremo, nel nuovo piano di produzione, un nuovo vettore  $x$  di variabili decisionali

$$x = [6335,48 + 64,39 \quad 3269,52 - 2414,39 \quad 2350] \text{ ovvero}$$

$$x = [\mathbf{6339,87} \quad \mathbf{855,13} \quad \mathbf{2350}] \text{ con la variabile carote utilizzata.}$$

Pertanto i **costi marginali ridotti** si ottengono nel modo seguente:

$$h = c_D - c_B * G = [0,666 \quad 0 \quad 0] - [0,100 \quad 0,304] * \begin{bmatrix} -0,02 & 0,42 & 1 \\ 0,73 & 0,73 & 0,73 \\ 0,75 & -1,15 & -1 \\ 0,73 & 0,73 & 0,73 \end{bmatrix} =$$

$[0,666 \quad 0 \quad 0] - [0,309 \quad -0,421 \quad -0,279] = [0,36 \quad 0,421 \quad 0,279]$  che sono rispettivamente il **costo ridotto** delle carote e i due **prezzi ombra**.

Notiamo inoltre che i costi sono positivi pertanto le variabili associate non porteranno miglioramento nel valore della funzione obiettivo.